

2023 年度京都大学微分積分学（演義）B
第 2 回問題と宿題*

中安淳

2023 年 10 月 17 日

問題 7

次の正項級数はいずれも収束することを示せ。

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$.
- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$.
- (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$.
- (4) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

問題 8

次の正項級数は収束するか発散するか答えよ。

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$.
- (2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n}$.

宿題 9

次の級数は絶対収束するか条件収束するか発散するか答えよ。

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$.
- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^2 \frac{1}{n}$.
- (3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$.

宿題 10

漸化式 $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, $F_1 = F_2 = 1$ で定まるフィボナッチ数列 (F_n) について、(正項) 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{F_n}$ は収束することを示せ。